

УДК 632.151+630\*587+004

# НЕЧЕТКО-ИНТЕРВАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССОВ ИЗМЕНЕНИЯ ЛЕСНОЙ БИОМАССЫ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ТЕХНОГЕННЫХ ХИМИЧЕСКИХ ЗАГРЯЗНЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

© 2024 г. Академик РАН В. П. Мешалкин<sup>1,2</sup>, О. Б. Бутусов<sup>1,2,\*</sup>, Р. Р. Кантюков<sup>3</sup>,  
Т. Б. Чистякова<sup>4</sup>

Поступило 16.12.2024 г.

После доработки 20.02.2025 г.

Принято к публикации 24.02.2025 г.

Предложена оригинальная нечетко-интервальная модель процессов изменения лесной биомассы под воздействием техногенных химических загрязнений в условиях неопределенности параметров состояния лесной биомассы, отличающаяся использованием виртуальных положительных и отрицательных потоков лесной биомассы с нечеткими значениями параметров плотности и расходов лесной биомассы под воздействием химических загрязнений, а также операций преобразования исходных дифференциальных уравнений с неопределенными переменными в интервальные уравнения с треугольными нечеткими числами. Данная модель позволяет в условиях нечеткой информации о состоянии биомассы рассчитывать границы импактной и буферной зон экологического районирования территории лесных массивов под воздействием химических загрязнений.

*Ключевые слова:* химические загрязнения, биомасса лесных массивов, положительные и отрицательные виртуальные потоки биомассы, треугольные нечеткие числа, нечеткие обыкновенные дифференциальные уравнения, экологическое районирование лесных массивов

DOI: 10.31857/S2686953524060022, EDN: VOYKJY

## ВВЕДЕНИЕ

Предложено использовать понятие виртуальных потоков биомассы в качестве эффективных инструментов оценки уровня воздействия химических загрязнений промышленных предприятий на окружающие их лесные массивы (ЛМ) [1]. Введение в теорию и практику защиты ЛМ виртуальных потоков биомассы позволит построить нечетко-дифференциальные математические модели, описывающие воздействие выбросов химических загрязнений на ЛМ в условиях неполной или неопределенной информации с использованием различного вида комплексных показателей состояния ЛМ [1–3], которые широко применяют для анализа состояния сложных химических процессов и химико-технологических систем [1–7]. Предложенные нечетко-дифференциальные математические модели исполь-

зуют для описания неопределенных переменных, таких как плотность биомассы и виртуальные потоки биомассы, а также функции принадлежности (ФП) этих переменных областям их определения [8–10]. Применение нечетко-дифференциальных математических моделей обусловлено нечетким характером количественных оценок плотности и потоков виртуальной биомассы.

Целью настоящего исследования является разработка нечетко-интервальной математической модели процессов изменения лесной биомассы, которая на основе новых понятий и новых экологических показателей в виде виртуальных условных потоков биомассы, предложенных в данной статье, может быть использована для оценки воздействий в условиях неопределенности техногенных химических загрязнений на ЛМ.

Для построения нечетко-интервальной математической модели процессов изменения лесной биомассы с учетом виртуальных потоков биомассы, как одной из важных задач проведенных исследований, рассмотрены три нечетко-интервальные модели с различными вариантами интервальных вычислений.

## ЭКСПЕРИМЕНТ

В данной статье в качестве нечетких переменных использованы треугольные нечеткие числа

<sup>1</sup>Российский химико-технологический университет имени Д.И. Менделеева, 125047 Москва, Россия

<sup>2</sup>Институт физической химии и электрохимии им. А.Н. Фрумкина РАН, 119071 Москва, Россия

<sup>3</sup>ООО “Газпром ВНИИГАЗ”, 142717 Московская обл., Россия

<sup>4</sup>Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), 190013 Санкт-Петербург, Россия

\*E-mail: butusov-1@mail.ru

(ТНЧ), отличающиеся упрощенной арифметикой с операциями: сложение, простое умножение на вещественное число, простое деление ТНЧ на вещественное число,  $\alpha$ -сечение ТНЧ [10], которое заменяет исходное нечеткое число  $[B]_\alpha$  на закрытые четкие интервалы  $[B]_\alpha$ , которые называются  $\alpha$ -сечениями ТНЧ (рис. 1) и которые определяются по следующей формуле:

$$[B]_\alpha = [b_\alpha^-, b_\alpha^+] = \{x \in R, \alpha \in [0,1] : \mu_B(x) \geq \alpha\}, \quad (1)$$

где  $b_\alpha^-, b_\alpha^+$  – нижняя и верхняя границы ТНЧ,  $\mu_B(x)$  – функция принадлежности ТНЧ.

Для математического моделирования процессов изменения биомассы и виртуальных потоков биомассы в условиях неопределенности параметров состояния биомассы ЛМ использовано приближение треугольных нечетких чисел и метод  $\alpha$ -сечений для отображения ТНЧ (рис. 1).

Важную роль в теории интервальных нечетких чисел (ИНЧ) играет операция вычитания [11–13]. Эта операция имеет важное значение, так как используется при составлении конечно-разностных отношений для интервалов и нечетких чисел.

Основы дифференциального исчисления интервалов и арифметики нечетких чисел изложены в работах [11–13]. Ряд алгоритмов численного решения интервальных и нечетких уравнений с использованием разностей интервалов Хукахары и Заде предложены в работе [13].

Обзор математических методов решения нечетких обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) с использованием различных приближений вычисления нечетких производных представлен в работах [14, 15].

Вычислительные эксперименты проводились с использованием системы компьютерной математики МатЛаб.

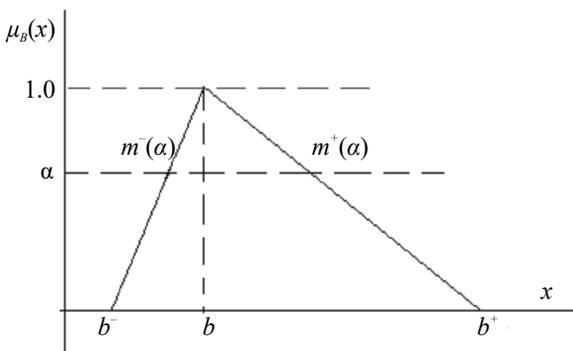


Рис. 1. Графическое представление треугольного нечеткого числа  $[B]_\alpha$  с  $\alpha$ -сечением:  $b^-, b^+$  – левая и правая границы ТНЧ,  $b$  – центр ТНЧ,  $\mu_B(x)$  – функция принадлежности ТНЧ,  $[m^-(\alpha), m^+(\alpha)]$  – функции левой и правой границы ТНЧ для  $\alpha$ -сечений.

В работе [16] предложена гибридная нечеткая дифференциально-продукционная модель процесса сушки окатыша в приближении нечеткой оценки параметров и переменных. В статье [17] изложены нечеткие алгоритмы для решения интервальных и нечетких ОДУ, что является важным шагом в развитии методов решения нечетко-интервально-дифференциальных задач.

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Исходная математическая модель процессов изменения лесной биомассы в условиях неопределенности. В данной статье в качестве интегрального показателя антропогенного воздействия на лесные массивы используется величина виртуального потока лесной биомассы, уменьшение которой обусловлено увеличением химического загрязнения территории в результате воздействия газовых выбросов промышленных предприятий (ПП). Увеличение биомассы может быть обусловлено уменьшением газовых выбросов ПП вследствие реконструкции и модернизации газоочистных сооружений.

Для математического моделирования процессов изменения биомассы ЛМ под воздействием химических загрязнений ПП использовано нелинейное одномерное ОДУ первого порядка – уравнение Ферхюльста [18] – следующего вида:

$$\begin{cases} \frac{db}{d\tau} = b(1-b), \\ b(0) = b_0 \end{cases}, \quad (2)$$

где  $b = \frac{B}{M}$  – безразмерная плотность биомассы ЛМ,  $B$  – реальная плотность биомассы,  $\text{кг м}^{-2}$ ;  $M$  – предельная плотность биомассы при нулевом значении химических загрязнений,  $\text{кг м}^{-2}$ ;  $t$  – время, мес.;  $G$  – коэффициент прироста биомассы,  $\text{м}^2 \text{кг}^{-1} \text{мес.}^{-1}$ ;  $g = GM$  – удельный коэффициент прироста биомассы,  $\text{мес.}^{-1}$ ;  $\tau = gt$  – безразмерное время;  $T$  – время релаксации лесного массива как динамической системы, мес.;  $b_0$  – начальная безразмерная плотность биомассы;  $T_g = gT$  – безразмерное время релаксации;  $\tau_n = \frac{\tau}{T_g} = \frac{t}{T}$  – безразмерное нормализованное время.

Предложенная авторами статьи математическая модель отличается от исходной модели (2), во-первых, учетом неопределенности и, во-вторых, использованием в качестве управляющего параметра (положительных или отрицательных) потоков биомассы. Как отмечено выше, нечеткие переменные и параметры с помощью  $\alpha$ -сече-

ний могут быть преобразованы в четкие интервальные переменные и параметры (см. рис. 1).

Таким образом, результатом преобразования ОДУ с помощью  $\alpha$ -сечений является набор четких интервалов, представляющих нижнюю и верхнюю границы  $\alpha$ -сечений:

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{b}}{d\tau} = \tilde{b}(1 - \tilde{b}) - \tilde{q}, \\ \tilde{b}(0) = \tilde{b}_0 \end{cases}, \quad (3)$$

где знак “ $\sim$ ” используется для обозначения ТНЧ,  $q = \frac{Q}{Mg}$  – плотность безразмерного нормализованного (положительного или отрицательного) виртуального потока биомассы,  $Q$  – безразмерный нормализованный положительный или отрицательный виртуальный расход биомассы ( $\text{кг м}^{-2} \text{мес.}^{-1}$ ).

Формула (3), в отличие от классической модели процессов изменения биомассы (2), учитывает в условиях неопределенности воздействие на биосистему виртуальных потоков биомассы. В результате применения  $\alpha$ -сечений к нечеткому ОДУ (3) создается интервальное ОДУ (4), которое распадается на два ОДУ, представляющих нижнюю и верхнюю границы полученных интервалов. Проведенные на компьютере численные эксперименты показали, что начальная величина виртуальных потоков биомассы не должна превышать некоторого определяемого экспериментально отрицательного порога, в результате превышения которого величина биомассы ЛМ становится отрицательной.

Для удобства описания уравнений предложенной в статье нечетко-интервальной модели изменения лесной биомассы под воздействием техногенных химических загрязнений в условиях неопределенности обозначим безразмерное время латинской буквой  $t$ . При этом нечетко-интервальная модель (3) с использованием  $\alpha$ -сечений преобразуется в интервальное уравнение (4) [2, 10], которое принимает следующий вид:

$$\begin{cases} \left[ \frac{db(t)^-}{dt}, \frac{db(t)^+}{dt} \right]_{\alpha} = \\ = [b^-, b^+]_{\alpha} \left( [1, 1] - [b^-, b^+]_{\alpha} \right) - [q^-, q^+]_{\alpha}, \\ \left[ b(0)^-, b(0)^+ \right]_{\alpha} = [b_0^-, b_0^+]_{\alpha}. \end{cases} \quad (4)$$

*Нечетко-интервальная модель процессов изменения лесной биомассы.* В данной статье на основе соотношений, предложенных в работах Минков-

ского, Заде и Хукахары для операции нечеткой разности и вычитания интервалов [9–12], получены дифференциальные и конечно-разностные уравнения, описывающие с использованием виртуальных потоков баланс биомассы ЛМ.

Рассмотрим нечеткую задачу Коши (4), которую с помощью  $\alpha$ -сечений для ТНЧ можно отобразить в виде следующих двух интервальных уравнений:

$$[d'(t), u'(t)] = [f(d, u, qu), f(u, d, qd)], \quad (5)$$

$$[d'(t), u'(t)] = [f(u, d, qd), f(d, u, qu)], \quad (6)$$

где:  $d, (u)$  – нижняя (верхняя) границы биомассы ЛМ;  $q^-, (q^+)$  – нижняя (верхняя) границы виртуального потока биомассы:  $qu = q^+, qd = q^-$ ;  $f(x, y, z) = x - y^2 - z$  – вспомогательная функция, используемая для краткого обозначения правой части нечеткой формы ОДУ (4).

Для представления ИНЧ  $\tilde{b}(t)$  (см. рис. 1) используют набор  $\alpha$ -сечений:  $[b(t)]_{\alpha} = [b_{\alpha}^-(t), b_{\alpha}^+(t)]$ . Введем в соответствии с (5) и (6) следующие обозначения:  $b_{\alpha}^-(t) \rightarrow d(t), b_{\alpha}^+(t) \rightarrow u(t)$  ( $d$  – “down” и  $u$  – “up”). В этих обозначениях  $[b(t)]_{\alpha} = [d(t), u(t)]_{\alpha}$ , где  $[b(t)]$  – это интервальное число для отображения параметров биомассы.

Рассмотрим операции решения задачи Коши с учетом соотношений (5) и (6). По определению правая производная в точке  $t_0 \in T$ , где  $T$  – область определения  $b(t)$ , равна:

$$\begin{aligned} [b'(t_0)]_+ &= \lim_{dt \rightarrow 0^+} \frac{[b(t_0 + dt)] - [b(t_0)]}{dt} = \\ &= [d'(t_0), u'(t_0)]. \end{aligned} \quad (7)$$

При этом левая производная в точке  $t_0 \in T$  равна

$$\begin{aligned} [b'(t_0)]_- &= \lim_{dt \rightarrow 0^-} \frac{[b(t_0 + dt)] - [b(t_0)]}{dt} = \\ &= [u'(t_0), d'(t_0)]. \end{aligned} \quad (8)$$

Для численного решения систем интервального отображения ОДУ (7) и (8) с учетом значений  $\alpha$ -сечений ТНЧ используем метод конечных разностей. При этом численные схемы, например схемы Рунге–Кутты второго порядка, принимают для интервального уравнения (7) следующий вид:

$$d_{i+1} = d_i + \frac{dt}{2} (f(d_i, u_i, qu) + f(D_i, U_i, qu)), \quad (9)$$

$$u_{i+1} = u_i + \frac{dt}{2} (f(u_i, d_i, qd) + f(U_i, D_i, qd)), \quad (10)$$

где  $D_i = d_i + dt \cdot f(d_i, u_i, qu), U_i = u_i + dt \cdot f(u_i, d_i, qd)$ .

Аналогично для интервального уравнения (8) численная схема принимает вид:

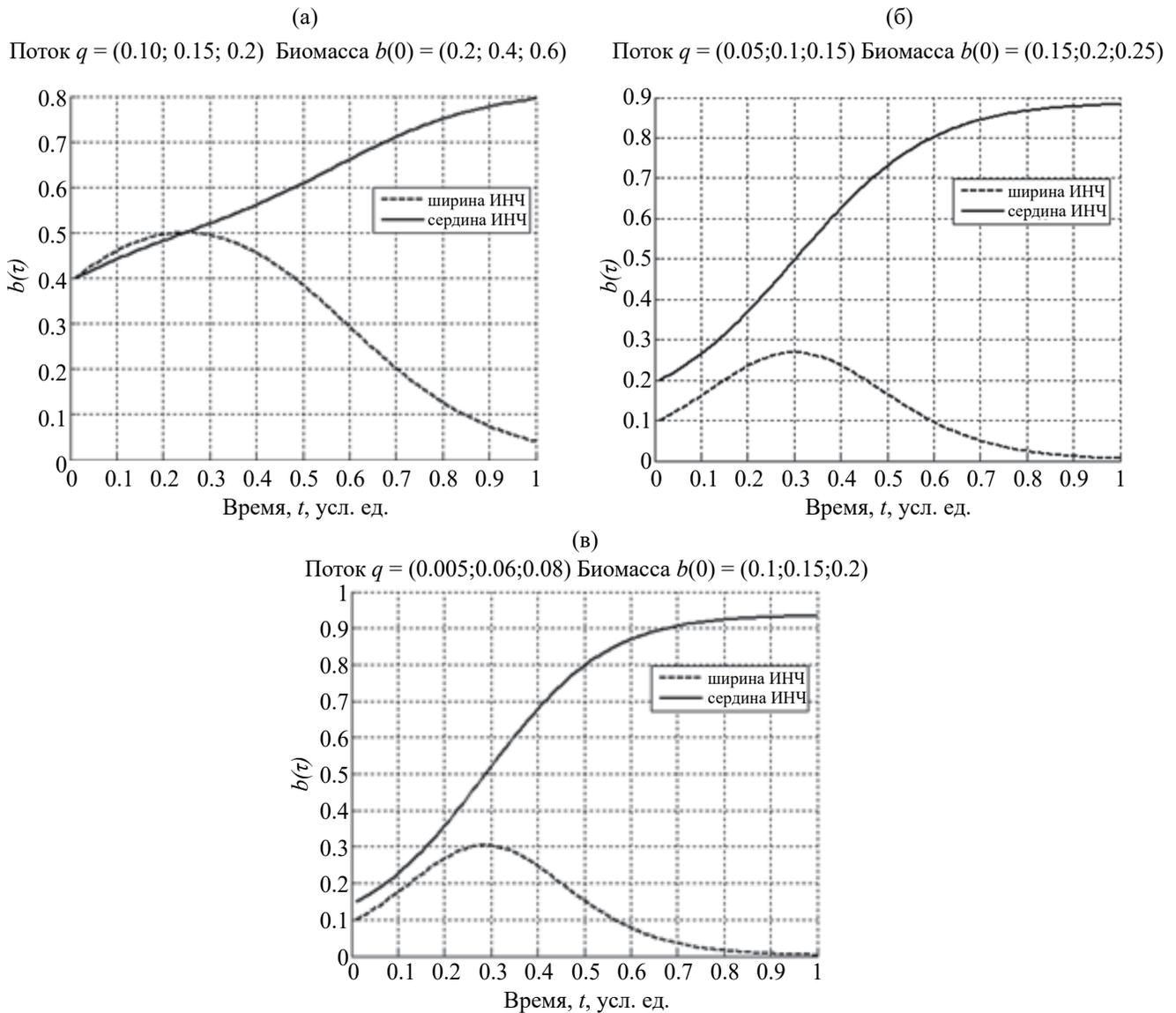
$$d_{i+1} = d_i + \frac{dt}{2}(f(u_i, d_i, qd) + f(U_i, D_i, qd)), \quad (11)$$

$$u_{i+1} = u_i + \frac{dt}{2}(f(d_i, u_i, qu) + f(D_i, U_i, qu)), \quad (12)$$

где  $D_i = d_i + dt \cdot f(u_i, d_i, qd)$ ,  $U_i = u_i + dt \cdot f(d_i, u_i, qu)$ .

Также необходимо отметить, что область допустимых решений конечно-разностных уравнений (9)–(12) с учетом интервального отображения ТНЧ определяется условиями:  $d_i, u_i \geq 0$ ;  $D_i, U_i \geq 0$ .

*Результаты компьютерного моделирования процессов изменения лесной биомассы с использованием нечетко-интервальной модели.* Рассмотрим результаты компьютерного моделирования с учетом нечетких начальных условий или нечетких отрицательных потоков биомассы. Необходимо отметить, что интервальная модель (4) не может быть представлена в виде двух независимых уравнений отдельно для нижней и отдельно для верхней границ интервалов. Уравнения (9)–(12) имеют общие переменные, так что, например, уравнение (9) зависит не только от переменной  $d_i$ , но и от  $u_i$  и аналогично для других переменных модели. Поэтому система численного решения ОДУ (9)–(12) представляет собой сложную



**Рис. 2.** Графики изменения нормированной плотности лесной биомассы, представленной с помощью ширины (пунктирная линия) и центров интервалов нечеткости (сплошная линия) при условии заданных значений начальной нечеткой биомассы и заданных виртуальных потоков биомассы: модель простой арифметики **ОА** (а); модель **IA1** (б); модель **IA2** (в).

конечно-разностную систему уравнений с неразделенными переменными.

В данной статье конечно-разностная модель с разделенными переменными обозначена как “Обычная арифметика” (ОА, *Ordinary Arithmetic*). Модель ОА описывает динамику биомассы в приближении разделенных независимых переменных отдельно для нижней и отдельно для верхней границ интервалов (см. уравнения (9)–(12)). Результаты компьютерного моделирования представлены на рис. 2. Каждая из конечно-разностных интервальных моделей представлена в виде двух графиков: графиком центров (сплошные линии) и графиком ширины нечетких интервалов (пунктирные линии).

Обозначим конечно-разностную интервальную модель (9), (10) как **IA1** (*Interval Arithmetic-1*) и модель (11), (12) как **IA2** (*Interval Arithmetic-2*). Каждый из графиков отображает процессы изменения биомассы ЛМ с использованием заданных интервальных начальных условий, которые приведены над графиками. Например, для модели простой арифметики в качестве начальных условий использованы следующие нормализованные ТНЧ: для начального потока  $q(0) = (0.05; 0.1; 0.15)$  и для начальной биомассы  $b(0) = (0.15; 0.2; 0.25)$  (рис. 2а).

Результаты моделирования, полученные с помощью нечетких моделей **IA1** (9), (10) и **IA2** (11), (12), представлены на рис. 2б,в. Как следует из рисунков, графики ширины интервалов (пунктирные линии) имеют колоколообразную форму кривой Гаусса, которая для всех рассмотренных моделей вначале возрастает до максимального значения, а затем убывает до нуля. Графики центров ИНЧ (сплошные линии) имеют форму логисты, которая достаточно отчетливо выделяется на всех рисунках (см. рис. 2б,в). Форма кривой логисты является следствием наличия двух аттракторов и хорошо описывает плавный переход от одного аттрактора к другому [18].

## ВЫВОДЫ

1. Для моделирования процессов изменения состояния лесных массивов под воздействием химических загрязнений и в условиях неопределенности предложена оригинальная нечетко-интервальная модель изменения плотности лесной биомассы под воздействием химических загрязнений, позволяющая с использованием виртуальных отрицательных и положительных потоков биомассы выделять в условиях неопределенности экологические зоны на территории смешанных лесных массивов.

2. На основе численных аппроксимаций нечетких исходных дифференциальных уравнений получены нечетко-интервальные конечно-разностные уравнения, описывающие с использованием виртуальных потоков баланс биомассы в лесных массивах, расположенных в районе промышленных предприятий.

3. Компьютерные эксперименты с моделью (4) позволили установить, что наличие двойной разности интервалов в формуле моделирования (4) приводит в результате к различным комбинациям границ интервальных переменных, что приводит в стационарном пределе к различным графическим представлениям для ширины и центров ТНЧ (см. рис. 2). Также в стационарном пределе размер ширины ТНЧ приближается к нулю, что можно рассматривать как возможность постепенного преобразования нечетких чисел в четкие. По своей форме график ширины ТНЧ совпадает с классической Гауссовой кривой, для которой характерны три кардинальные точки: одна точка максимума и две точки перегиба. Кардинальные точки являются важными характеристиками, описывающими поведение плотности лесной биомассы и разделяющей область моделирования на четыре зоны различного экологического поведения.

4. С помощью численных экспериментов установлено, что начальная величина виртуальных потоков биомассы не должна превышать некоторого, определяемого экспериментально, отрицательного порога, в результате превышения которого величина биомассы лесного массива **может стать** отрицательной.

## ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №21-79-30029 “Разработка комплекса технологий переработки отходов 3–5 классов опасности с получением полезных продуктов”), Санкт-Петербургский государственный технологический институт (ТУ).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Meshalkin V.P., Dovi V.G., Bobkov V.I. Belyakov A.V., Butusov O.B., Garabadzhiu A.V., Burukhina T.F., Khodchenko S.M. // *Mendelev Commun.* 2021. V. 31. № 5. P. 593–604. <https://doi.org/10.1016/j.mencom.2021.09.003>
2. Мешалкин В.П. Экспертные системы в химической технологии. Основы теории, опыт разработки и применения. М.: Химия, 1995. 368 с. ISBN 5-7245-0974-1
3. Мешалкин В.П. Основы интенсификации и ресурсоэнергоэффективности химико-технологиче-

- ских систем. Смоленск: ООО “Принт-экспресс”, 2021. 442 с.
4. Бузник В.М. Химия. Устойчивое развитие. Высокотехнологичный бизнес. Владивосток: Дальнаука, 2002. 200 с.
  5. Защиринский С.В., Фуряев Д.Н., Чистякова Т.Б. // Автоматизация в промышленности. 2018. № 11. С. 28–32.
  6. Bolshakov A., Sgibnev A., Glazkov V., Lachugin D., Chistyakova T. Volumetric display testing unit for visualization and dispatching applications In: Interactive collaborative robotics. Ronzhin A., Rigoll G., Meshcheryakov R. (eds.). ICR 2016. Lect. Notes Comput. Sci. V. 9812. Springer, Cham, 2016. P. 234–242. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-43955-6\\_28](https://doi.org/10.1007/978-3-319-43955-6_28)
  7. Bojadzjev G., Bojadzjev M. Fuzzy logic for business, finance and management. USA, Danvers: World Scientific Publishing, 2007. 232 p.
  8. Pedro F.S., de Barros L.C., Gomes L.T. A Survey on fuzzy differences. In: Proc. of the 16th World Congress of the International Fuzzy Systems Association (IFSA), 9th Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology. 2015. EUSFLAT. P. 705–710. <https://doi.org/10.2991/ifsa-eusflat-15.2015.100>
  9. Bede B., Stefanini L. Numerical solution of interval differential equations with generalized Hukuhara differentiability. In: Proc. of the Joint 2009 International Fuzzy Systems Association World Congress and European Society of Fuzzy Logic and Technology Conference (July 20–24, 2009, Lisbon, Portugal). IFSA/EUSFLAT. 2009. P. 730–735.
  10. Ahmad M.Z., Hasan M.K. Numerical methods for fuzzy initial value problems under different types of interpretation: A comparison study. In: Informatics engineering and information science. ICIEIS 2011. Communications in computer and information science. Abd Manaf A., Zeki A., Zamani M., Chuprat S., El-Qawasmeh E. (eds.). V. 252. Part II. Springer, Berlin, Heidelberg. pp. 275–288. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-25453-6\\_25](https://doi.org/10.1007/978-3-642-25453-6_25)
  11. Chakraverty S., Tapasvini S., Diptyranjan B. Fuzzy differential equations and application for engineers and scientists. Boca Raton, London, New York: CRC Press, Taylor and Francis Group, 2017. 216 p. <https://doi.org/10.1201/9781315372853>
  12. Kumaresan N., Kavikummar J., Ratnavelu K. // Int. J. Math. Comput. Sci. 2012. V. 6. P. 453–456.
  13. Gomes L.T., de Barros L.C., Bede B. Fuzzy differential equations in various approaches. Heidelberg, New York, Dordrecht London: Springer International Publishing, 2015. 130 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-22575-3>
  14. Najafi H.S., Sasemasi F.R., Roudkoli S.S., Nodehi S.F. // J. Math. Comput. Sci. 2011. V. 2. № 2. P. 295–306.
  15. Мешалкин В.П., Бобков В.И., Борисов В.В., Длу М.И. // Доклады Российской академии наук. Химия, науки о материалах. 2020. Т. 494. № 1. С. 50–54. <https://doi.org/10.31857/S2686953520050167>
  16. Dias M.R.B., Barros L.C. Differential equations based on fuzzy rules. In: Proc. of the Joint 2009 International fuzzy systems association world congress and European society of fuzzy logic and technology conference. V. 1. (July 20–24, 2009, Lisbon, Portugal), 2009. pp. 240–246.
  17. Murray J.D. Mathematical biology. Third edition. Berlin: Heidelberg: Springer-Verlag, 2002. 576 p.
  18. Smith W.H. Air Pollution and forests. Interactions between air contaminants and forest ecosystems. New York: Springer-Verlag, 1981. 388 p.

## FUZZY-INTERVAL MODEL OF FOREST BIOMASS CHANGES UNDER THE INFLUENCE OF TECHNOGENIC CHEMICAL POLLUTANTS UNDER CONDITIONS OF UNCERTAINTY

Academician of the RAS V. P. Meshalkin<sup>a,b</sup>, O. B. Butusov<sup>a,b,#</sup>, R. R. Kantuykov<sup>c</sup>, T. B. Chistyakova<sup>d</sup>

<sup>a</sup>Dmitry Mendeleev University of Chemical Technology of Russia, 125047 Moscow, Russian Federation

<sup>b</sup>Frumkin Institute of Physical Chemistry and Electrochemistry, Russian Academy of Sciences, 119071 Moscow, Russian Federation

<sup>c</sup>ООО “Gazprom VNIIGAZ”, 142717 Moscow, Russian Federation

<sup>d</sup>Saint Petersburg State Technological Institute (Technical University), 190013 Saint Petersburg, Russian Federation

<sup>#</sup>E-mail: butusov-1@mail.ru

An original fuzzy-interval model of forest biomass change processes under the influence of technogenic chemical pollution under conditions of uncertainty of forest biomass state parameters is proposed. It is distinguished by the use of virtual positive and negative forest biomass flows with fuzzy values of forest biomass density and consumption parameters under the influence of chemical pollution, as well as operations of transforming initial differential equations with uncertain variables into interval equations with triangular fuzzy numbers (TFN), which allows, under conditions of fuzzy information about the biomass state, to calculate the boundaries of the impact and buffer zones of ecological zoning of forest areas under the influence of chemical pollution.

**Keywords:** chemical pollution, forest biomass, positive and negative biomass flows, triangular fuzzy numbers, fuzzy ordinary differential equations, ecological zoning of forests